

安徽省 2020 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

《高等数学》

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项的字母填在题后的括号内.

1. 函数 $y = \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 ()

A. $[1, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $(-1, 1)$

D. $(-1, +\infty)$

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x < 0 \\ x^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2 \\ e^x + 1, & x > 2 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 ()

A. $x=0, x=2$ 处均连续

B. $x=0, x=2$ 处均不连续

C. $x=0$ 处连续, $x=2$ 处不连续

D. $x=0$ 处不连续, $x=2$ 处连续

3. 若 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ -ax, & x \geq 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处可导, 则 a 的值为 ()

A. -1

B. 1

C. 0

D. 任意常数

4. 若 x_0 是函数 $f(x)$ 的极值点, 则下列结论中正确的是 ()

A. $f'(x_0) = 0$

B. $f'(x_0) \neq 0$

C. $f'(x_0)$ 不存在

D. $f'(x_0) = 0$ 或 $f'(x_0)$ 不存在

5. 下列函数中是 $\sin 2x$ 的原函数的是 ()

A. $-\sin x$

B. $\cos^2 x$

C. $\frac{1}{2} \sin x$

D. $-\frac{1}{2} \cos 2x$

6. $\int_0^2 dx \int_{x-2}^0 f(x, y) dy =$ ()

A. $\int_0^2 dy \int_0^{y+2} f(x, y) dx$

B. $\int_0^2 dy \int_{-1}^{y+2} f(x, y) dx$

C. $\int_{-2}^0 dy \int_0^{y+2} f(x, y) dx$

D. $\int_{-2}^0 dy \int_{-1}^{y+2} f(x, y) dx$

7. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^{1+k}} (k > 0)$ ()

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 发散

D. 收敛性无法判定

8. 方程 $y' \cos y = 1$ 的通解为 ()

A. $\sin y = x + C$

B. $\cos y = Cx$

C. $\cos y = x + C$

D. $\sin y = Cx$

9. 已知方阵 A 的行列式 $|A| = 2$, 则 $|A^{-1}| =$ ()

A. 1

B. -1

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

10. 将文化课和体育两项奖随机发给甲、乙、丙三位同学, 则甲同时获得两项奖的概率为 ()

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{2}{9}$

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 4 分, 满分 32 分, 把答案填在题中横线上.

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{2x} =$ _____.

12. 设 $f(x) = \sqrt{1+x^2}$, 则 $f'(1) =$ _____.

13. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ e^x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 则 $\int_0^2 f(x) dx =$ _____.

14. 设 $D = \{(x, y) | |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$, 则 $\iint_D x^3 dx dy =$ _____.

15. 方程 $y^{(4)} + \sin y = y'$ 的阶数为 _____.

16. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{7^n}$ 的收敛半径 $R =$ _____.

17. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $3C = 2A - B$, 则 $B =$ _____.

18. 设 X 为随机变量, 其分布关于原点对称, 且 $P(X=0) = 0.2$, 则 $P(X > 0) =$ _____.

三、解答题：本题共 9 小题，其中第 19-24 题每题 8 分，第 25-27 题每题 10 分，共 78 分.

解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

19. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.

20. 求 $y = (x^2 - 1)\ln(x + 1)$ 的二阶导数 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

21. 求证：当 $x > 1$ 时， $e^x > ex$.

22. 求不定积分 $\int (2 + x)e^x dx$.

23. 设 $z = \sin\left(x + \frac{1}{y}\right)$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y}$ 及 dz .

24. 求椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 绕 y 轴旋转所得旋转体的体积.

25. 求微分方程 $xy' - 2y = x^3 e^x$ 的通解.

26. 解方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

27. 10 件产品中有 8 件正品和 2 件次品，现从中随机抽取 2 件产品，记 X 为次品数. 求：

(1) 随机变量 X 的概率分布；

(2) X 的数学期望 $E(X)$.