

安徽省 2022 年选拔优秀高职高专毕业生进入本科学习统一考试

《高等数学》

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分. 每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项的字母填在题后的括号内.

1. 当  $x \rightarrow 1$  时,  $x^2 - 1$  与  $\sin(x-1)$  是 ( )

- A. 高阶无穷小量
- B. 低阶无穷小量
- C. 等价无穷小量
- D. 同阶但不等价的无穷小

2. 设  $f(x)$  对任意的  $x$  均满足  $f(x+1) = 2f(x)$ , 且  $f'(x) = -2$ , 则  $f'(0) =$  ( )

- A. 4
- B. -4
- C. 1
- D. -1

3. 若  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x(1-x)}$  的间断点是 ( )

- A.  $x=0, x=1$  都是第一类间断点
- B.  $x=0, x=1$  都是第二类间断点
- C.  $x=0$  是第一类间断点,  $x=1$  是第二类间断点
- D.  $x=1$  是第一类间断点,  $x=0$  是第二类间断点

4. 设  $f(x) = (x-1)e^x$  的在  $(0, +\infty)$  上 ( )

- A. 单调递增且凹
- B. 单调递增且凸
- C. 单调递减且凹
- D. 单调递减且凸

5. 设  $y = y(x)$  是由  $x - e^x \sin y = 0$  所确定的函数, 则  $dy =$  ( )

- A.  $\frac{1 - e^x \sin y}{e^x \cos y} dx$
- B.  $\frac{e^x \sin y - 1}{e^x \cos y} dx$
- C.  $\frac{1 - e^x \cos y}{e^x \sin y} dx$
- D.  $\frac{e^x \cos y - 1}{e^x \sin y} dx$

6. 下列说法正确的是 ( )

- A.  $\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \frac{1}{1+t} dt = \frac{1}{1+x^2}$
- B.  $\int_1^2 \ln x dx < \int_1^2 \ln^2 x dx$
- C.  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x) + C$
- D.  $\int f'(x) dx = f(x) + C$



14. 设函数  $y = x^3 - 3x^2 - 9x$  在区间  $[-2, 0]$  上的最大值与最小值分别是  $M$  与  $m$ ，则  $M - m =$  \_\_\_\_\_.

15. 设  $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x^2\}$ ，则  $\iint_D \frac{y}{x^3} dx dy =$  \_\_\_\_\_.

16. 若矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ -2 & t & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  的秩为 2，则  $t =$  \_\_\_\_\_.

17. 从五个数字 1, 2, 3, 4, 5 中任取两个数字，则取出的两个数字不含 1 或不含 5 的概率为 \_\_\_\_\_.

18. 设  $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A \cup B) = 0.6$  为，则  $P(\bar{A} | B) =$  \_\_\_\_\_.

**三、解答题：本题共 7 小题，共 78 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

19. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{e^x}{\sin x} \right)$ .

20.  $z = \ln \left( 1 + \frac{x}{y} \right)$ ，证明： $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

21. 计算  $\int_{-1}^1 (x^2 \sin x + \sqrt{1-x^2}) dx$ .

22. 作曲线  $y = \sqrt{x-1}$  在点  $(2, 1)$  处的切线，该切线与曲线  $y = \sqrt{x-1}$  及  $x$  轴所围成的平面图形为  $D$ .

(1) 求该切线方程。

(2) 求  $D$  的面积。

23. 证明  $e^x - x = 2$  在区间  $(0, 2)$  上有且只有一个实根。

24. 求齐次线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$  的通解。

25. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} a \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, \text{其它} \end{cases}$ ，其中  $a$  为常数。

(1) 求  $a$  的值。

(2) 求  $P\left(X > \frac{\pi}{6}\right)$  及期望  $E(X)$ 。